

# 円筒型惑星間磁気ロープの膨張の定式化

通信総合研究所  
島津浩哲

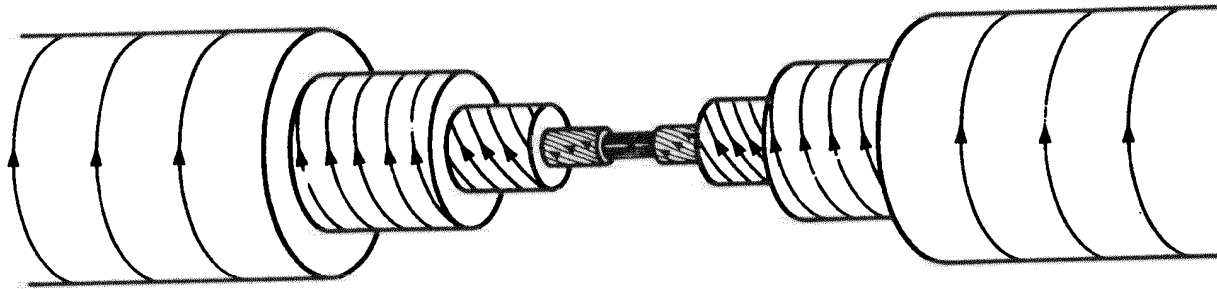
Email: [shimazu@crl.go.jp](mailto:shimazu@crl.go.jp)

## 概要

自己相似であるとの仮定のもと、比熱比  $\gamma$  が1より小さいとき、円筒型磁気ロープは膨張しないとこれまで理論的には考えられていたが、磁気ロープが伸びる効果を含めると、 $\gamma$  値にかかわらず膨張する解が得られることを示す。

1. 磁気ロープとは
2. 太陽風の比熱比  $\gamma$  についての話題
3. 以前の解
4. 新たな解
5. 実際の太陽風データとの比較
6. まとめ

## 磁気ロープ



*Interior Structure of Flux Rope*

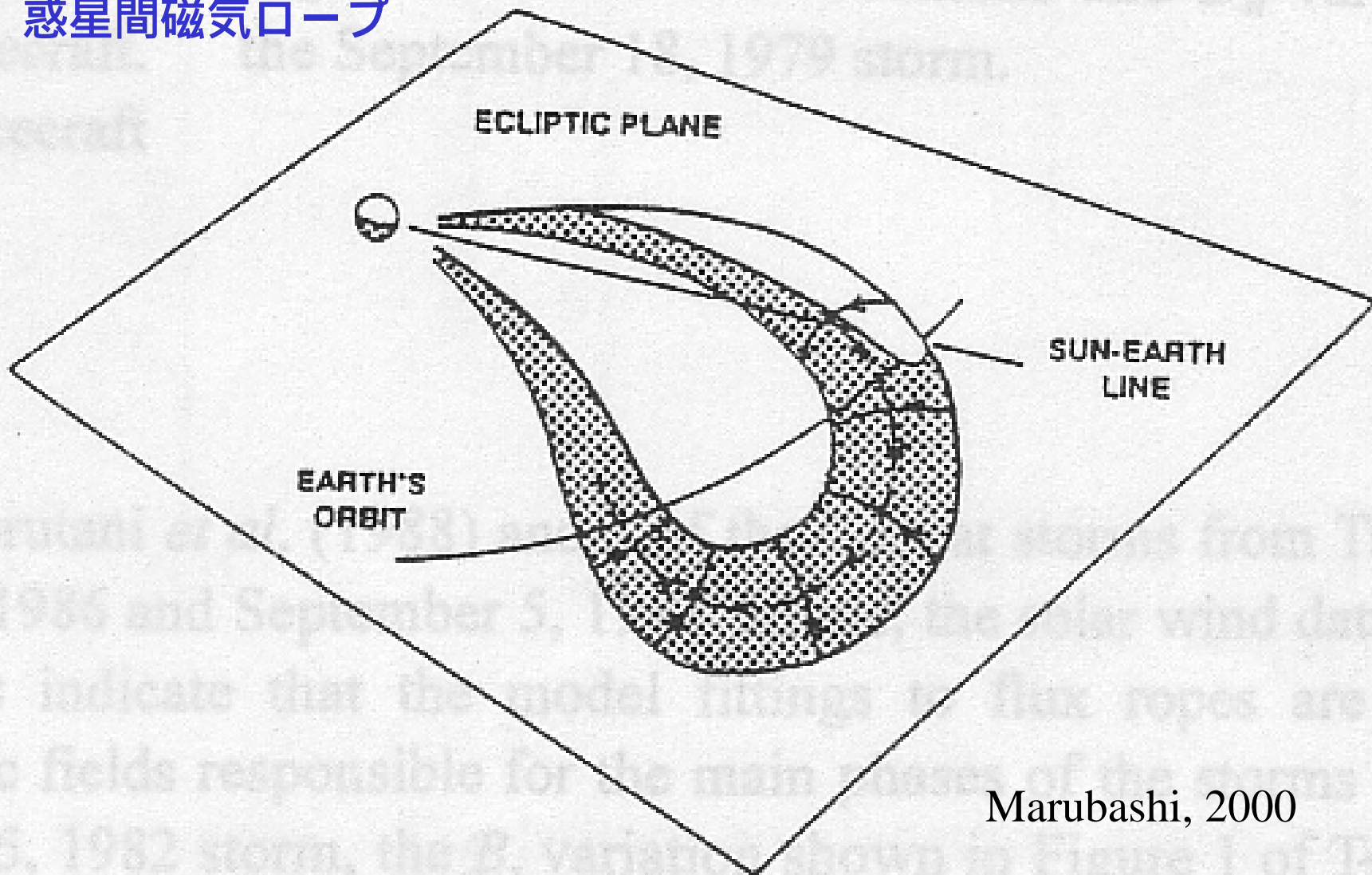
Fig. 4. Inferred magnetic structure of a Venus flux rope. The field is weak and azimuthal in the outer regions becoming much stronger and more axial near the center of the rope (Russell and Elphic, 1979).

## コロナ質量放出(CME)

CMEが磁気ロープとして惑星間空間を伝播する。

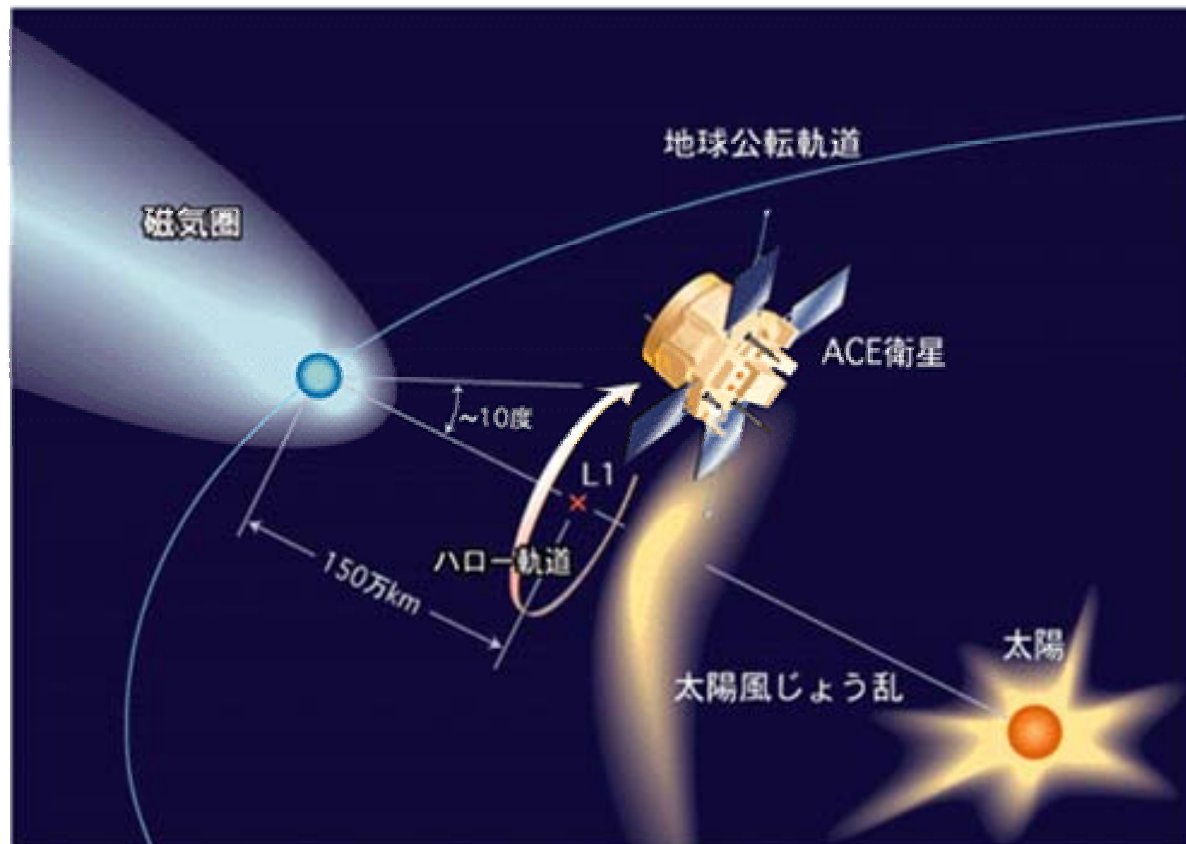
SOHO衛星の観測のムービー

# 惑星間磁気ロープ



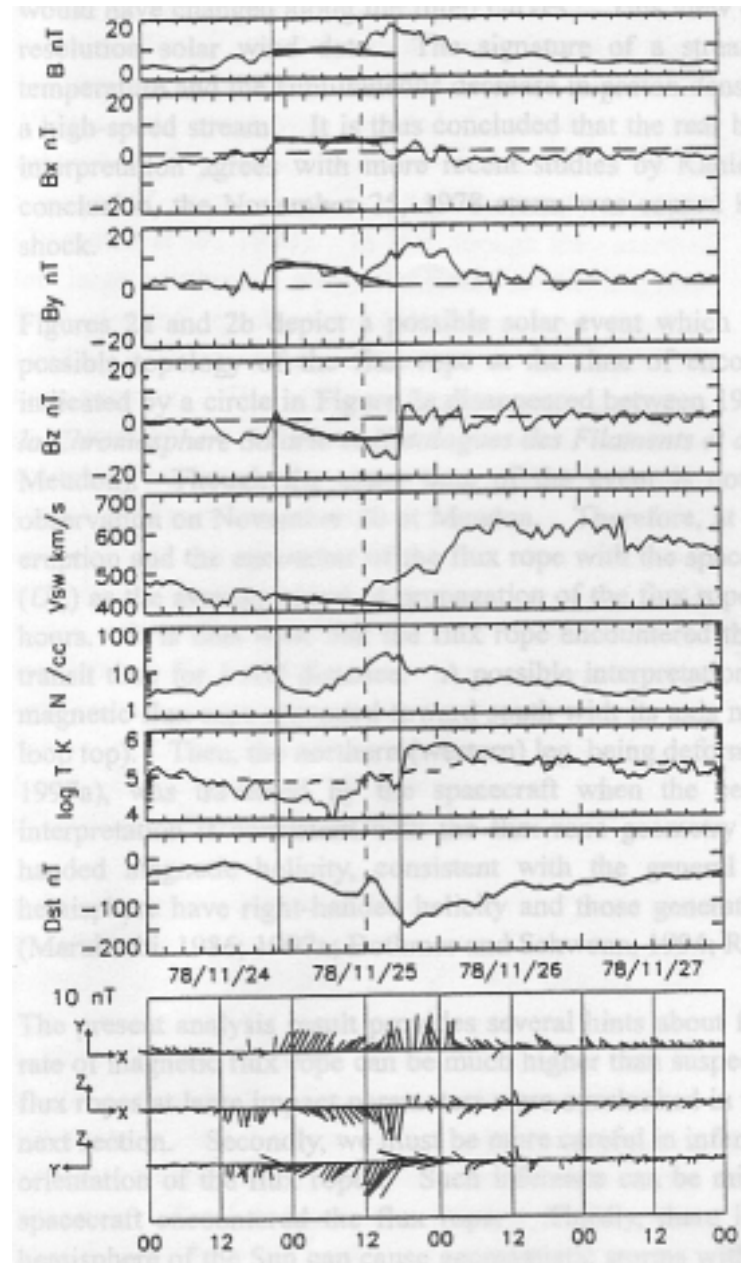
Marubashi, 2000

## L1点での観測



ISEE-3, WIND, ACE

# 惑星間空間での観測データ



Marubashi, 2000

## 太陽風の比熱比 について

理論的には、自己相似の仮定のもと、 $\gamma > 1$ では円筒型磁気ロープは膨張しない (Osherovich *et al.*, 1993a; 1995; Farrugia *et al.*, 1997)。

磁気ロープでの密度と温度の負の相関の観測から電子の  $\gamma < 1$  (Osherovich *et al.*, 1993b)。

ところが、MHDシミュレーションからは  $\gamma > 1$  でも、磁気ロープが膨張する結果が得られている (Wu *et al.*, 1997; Odstrcil and Pizzo, 1999; Vandas and Odstrcil, 2000)。

また、磁気ロープ以外の2点での観測からは、 $\gamma \sim 5/3$ が得られている。

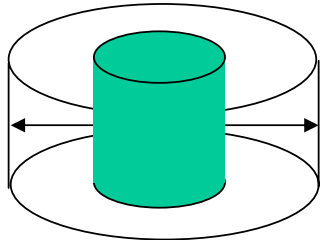
$\gamma < 1$  への矛盾点。

- $\gamma < 1$  では、膨張するほど温度が上がる。
- 太陽面にもどすと数K以下の温度。



## 以前のモデル

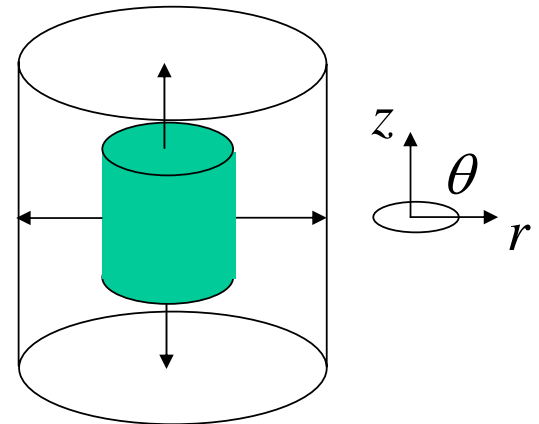
(Osherovich *et al.*, 1993a; 1995;  
Farrugia *et al.*, 1997; Vandas and  
Odstrcil, 2000)



$$\begin{aligned}R &= R_0(1+t/t_0) \\ B_\theta &= sB_0J_1(\alpha r)/(1+t/t_0) \\ B_z &= B_0J_0(\alpha r)/(1+t/t_0)^2 \\ Vr &= r/(t+t_0) \\ J_0(\alpha R) &= 0\end{aligned}$$

## 本研究

半径方向の膨張に加えて伸びる効果を含めた。



## MHD方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P + \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (P \rho^{-\gamma})}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) (P \rho^{-\gamma}) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (4)$$

## Oshervovich *et al.* (1995) の解

$$v_r = \eta \dot{y}, \quad (5)$$

$$B_\theta = (-\eta f'/2)^{1/2} y^{-1}, \quad (6)$$

$$B_z = (2\mu S D)^{1/2} y^{-2}, \quad (7)$$

$$\rho = -D' \eta^{-1} y^{-2}, \quad (8)$$

$$P = K D y^{-2\chi}, \quad (9)$$

$$D = \frac{f + \eta f'/2}{2\mu S \chi}, \quad (10)$$

自己相似パラメータ

$$\eta = r y^{-1}$$

( $y$ は時間の関数)

$\chi, S, K$ は正の定数、  
ドットは時間微分、  
プライムは $\eta$ での微分

## Osherovich *et al.* (1995) の解 (続き)

$f$  は以下の条件を満たす関数

$$f' \leq 0, \quad (12)$$

$$f + \eta f'/2 \geq 0, \quad (13)$$

$$(f + \eta f'/2)' \leq 0. \quad (14)$$

Osherovich *et al.* (1995) の解 (続き)

運動方程式の $r$ 成分から、

$$\ddot{y} = -\frac{dU}{dy}, \quad (15)$$

$$U = \begin{cases} \frac{K}{2\gamma - 2} y^{2-2\gamma} + (1/2)S y^{-2} + \chi S \ln y & (\gamma \neq 1) \\ (\chi S - K) \ln y + (1/2)S y^{-2} & (\gamma = 1). \end{cases} \quad (16)$$

Osherovich *et al.* (1995) の解 (続き)

ポテンシャル井戸の中での  
質点の運動

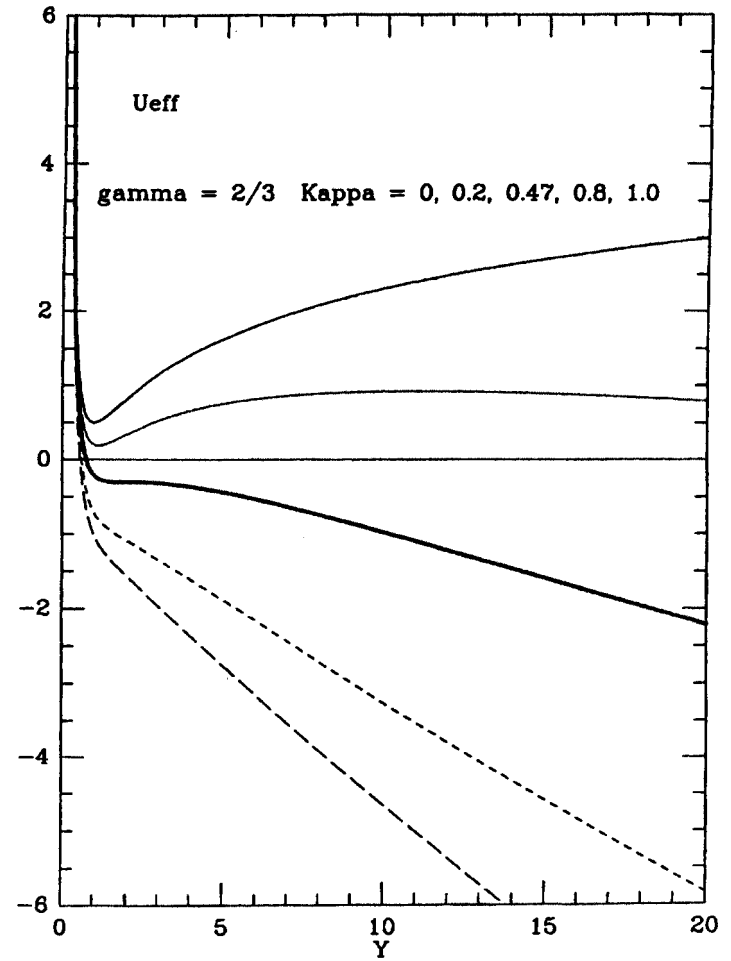
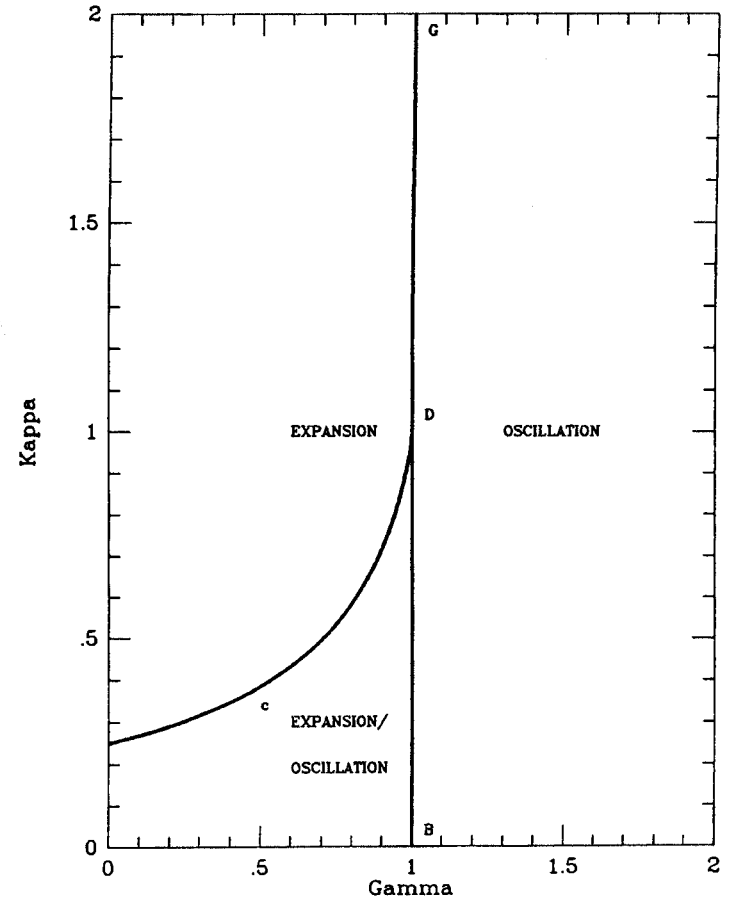


Figure 3. Five effective potentials parametrized by  $\gamma = 5/3$  and different values of  $\kappa$ , as indicated. Parameter  $\kappa$  increases from top to bottom. The heavy trace corresponds to the critical value of  $\kappa$  ( $= 0.47$ ).

## Osherovich *et al.* (1995) の解 (続き)



**Figure 4.** A schematic showing in  $\kappa$ - $\gamma$  space the possible modes of evolution of a flux rope with maxima of the magnetic field and gas pressure on the symmetry axis. The curve labeled "c" represents the locus of the critical value of  $\kappa$  as a function of  $\gamma$ .

## 本研究

$$\xi = zy^{-1}.$$

$z$ 方向にも自己相似パラメータを  
導入 = 伸びる効果

簡単のため、

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = 0 \quad \text{を満たす解をさがす}$$



## 新たな解

$$v_r = \eta \dot{y}, \quad (19)$$

$$v_z = \xi \dot{y}, \quad (20)$$

$$B_\theta = (-\eta f' / 2)^{1/2} y^{-2}, \quad (21)$$

$$B_z = (2\mu S D)^{1/2} y^{-2}, \quad (22)$$

$$\rho = -G' \eta^{-1} y^{-3}, \quad (23)$$

$$P = K G y^{-3\gamma}, \quad (24)$$

**$G$ は $\eta$ と $\xi$ の関数**

## 新たな解(続き)

運動方程式のr成分から、

$$U = \begin{cases} \frac{K}{3\gamma - 3} y^{3-3\gamma} + (D'/G')S(1 - \chi)y^{-1} & (\gamma \neq 1) \\ -K \ln y + (D'/G')S(1 - \chi)y^{-1} & (\gamma = 1). \end{cases} \quad (25)$$

運動方程式のθ成分から、

$$U = \begin{cases} \frac{K}{3\gamma - 3} y^{3-3\gamma} \frac{\eta(\partial G/\partial \xi)}{\xi(\partial G/\partial \eta)} & (\gamma \neq 1) \\ -K \ln y \frac{\eta(\partial G/\partial \xi)}{\xi(\partial G/\partial \eta)} & (\gamma = 1). \end{cases} \quad (26)$$

## 新たな解(続き)

両者が一致するとき、

$$\chi = 1 \quad (27)$$

(  $\chi$  は  $B_\theta$  と  $B_z$  との比に相当)

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial G}{\partial \eta} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial G}{\partial \xi} \quad (28)$$

## 新たな解(続き)

式(28)より、

$$G = a \exp \left[ -c(\eta^2 + \xi^2) \right], \quad (29)$$

圧力、

$$P = K a \exp \left[ -c(r^2 + z^2)/y^2 \right] y^{-3\gamma}. \quad (30)$$

密度、

$$\rho = 2ac \exp \left[ -c(r^2 + z^2)/y^2 \right] y^{-3}. \quad (31)$$

## 新たな解(続き)

### ポテンシャルの形

$$U = \begin{cases} \frac{K}{3\gamma - 3} y^{3-3\gamma} & (\gamma \neq 1) \\ -K \ln y & (\gamma = 1). \end{cases} \quad (35)$$

**$U$ は単調減少。 値にかかわらず膨張。**

さらに積分すると、

$$dy/dt = \begin{cases} \pm \left[ \frac{2K}{3 - 3\gamma} y^{3-3\gamma} + c_1 \right]^{1/2} & (\gamma \neq 1) \\ \pm [2K \ln y + c_1]^{1/2} & (\gamma = 1), \end{cases} \quad (36)$$

$\gamma=5/3$ のときはさらに積分できて、

$$y = \left[ c_1(t + t_0)^2 + K/c_1 \right]^{1/2}, \quad (37)$$

## 解の違い

$$B_\theta \sim y^{-1} \quad (\text{excluding elongation}) \quad (38)$$

$$B_\theta \sim y^{-2} \quad (\text{including elongation}). \quad (39)$$

**磁気フラックスの保存**  
**Force-freeの維持**

## 新たな解における磁場

$f$ として以下の関数を考える

$$f = B_1^2 \{ J_0^2(\alpha_1 \eta) + J_1^2(\alpha_1 \eta) \}, \quad (34)$$

$\gamma = 5/3$ のとき、

$$B_\theta = B_0 J_1(\alpha R) / \left[ (1 + t/t_0)^2 + K/(c_1^2 t_0^2) \right], \quad (44)$$

$$B_z = B_0 J_0(\alpha R) / \left[ (1 + t/t_0)^2 + K/(c_1^2 t_0^2) \right], \quad (45)$$

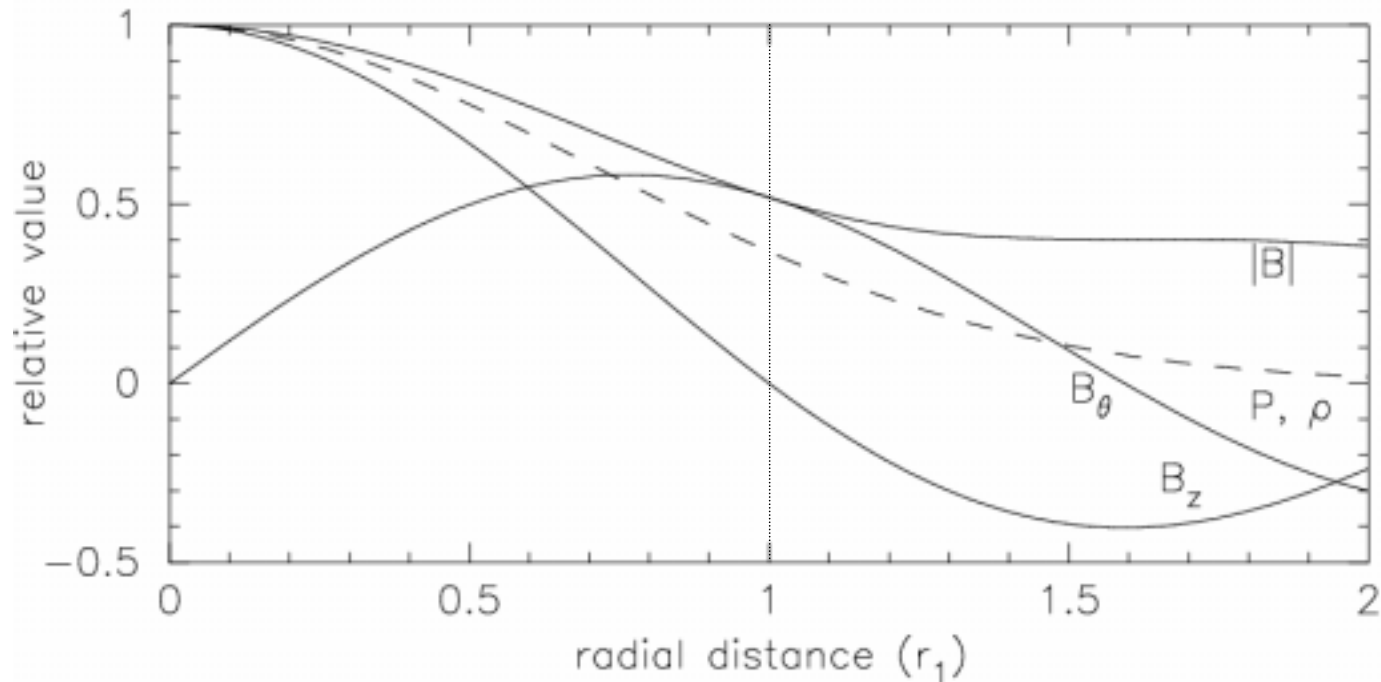
where  $B_0 = B_1/(c_1 t_0^2)$ ,  $\alpha = \alpha_1/(c_1 t_0^2)^{1/2}$ , and  $R = r / [(1 + t/t_0)^2 + K/(c_1^2 t_0^2)]^{1/2}$ .

## 新たな解における磁場(続き)

$K = 0$  の極限で ( $\beta = 0$  に相当)、

$$B_\theta = B_0 J_1(\alpha r / (1 + t/t_0)) / (1 + t/t_0)^2, \quad (46)$$

$$B_z = B_0 J_0(\alpha r / (1 + t/t_0)) / (1 + t/t_0)^2. \quad (47)$$





## データ解析

以前の解と新たな解とどちらがよりよく観測データにあうか？

### 以前の解

$$B_{\theta} = B_0 J_1(\alpha r / (1 + t/t_0)) / (1 + t/t_0),$$

### 新たな解

$$B_{\theta} = B_0 J_1(\alpha r / (1 + t/t_0)) / (1 + t/t_0)^2,$$

1995年1年分のWIND衛星のキーパラメータを利用。  
その中から、31の磁気ロープを選び出した。

## データフィット(物理量)

$$R = R_0(1 + t/t_0), \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = v_\rho \mathbf{e}_\rho, \quad (4)$$

$$v_\rho = \rho/(t + t_0) \quad (\rho < R), \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = B_\varphi \mathbf{e}_\varphi + B_\zeta \mathbf{e}_\zeta, \quad (6)$$

$$B_\varphi = sB_0 J_1(a\rho)/(1 + t/t_0), \quad (7)$$

$$B_\zeta = B_0 J_0(a\rho)/(1 + t/t_0)^2. \quad (8)$$

## データフィット(幾何学量)

磁気ロープの傾き (緯度角、経度角)

インパクトファクター  $p$  (衛星の再接近時の中心軸からの距離)

モデルと観測との差が最小になるようにモデルを決める

$$\chi^2 \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=x,y,z} \sum_{k=1}^N \left( \frac{B_i(k)}{|B(k)|} - \frac{M_i(k)}{|M(k)|} \right)^2$$

## 結果

31 の磁気ロープのうち、  
以前の解のほうがいい: 17 例。  
新しい解のほうがいい: 14 例。

Feb. 8, 4:30 – 19:30 の例

以前の解

$$V_{sw} = 414.3 \text{ km/s}$$

$$B_0 = 22.2 \text{ nT}$$

$$s = -1$$

$$R_0 = 0.0922 \text{ AU}$$

$$\theta' = -10.8 \text{ degrees}$$

$$\phi' = 64.6 \text{ degrees}$$

$$p = 0.224$$

$$\chi^2 = 0.0290$$

新たな解

$$V_{sw} = 414.3 \text{ km/s}$$

$$B_0 = 22.6 \text{ nT}$$

$$s = -1$$

$$R_0 = 0.0802 \text{ AU}$$

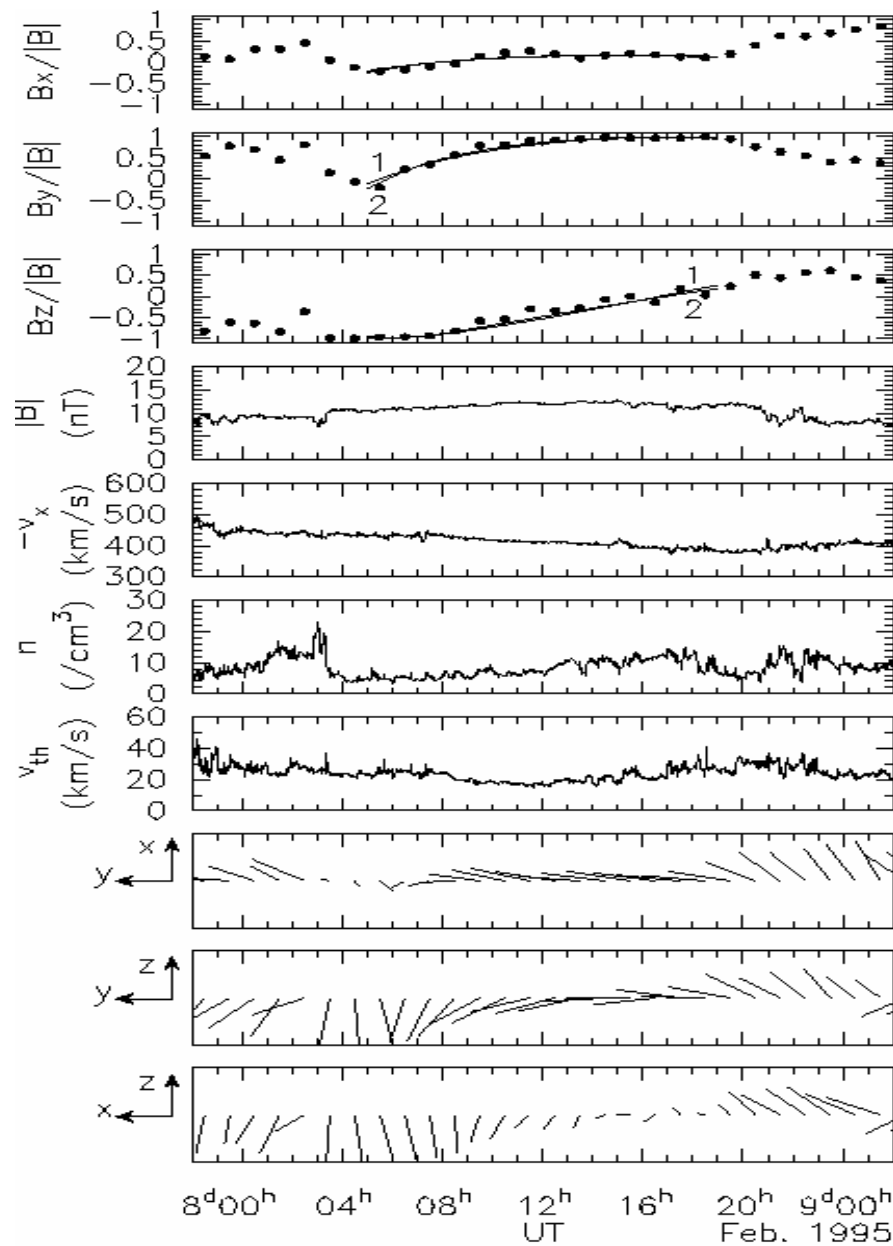
$$\theta' = -18.0 \text{ degrees}$$

$$\phi' = 65.5 \text{ degrees}$$

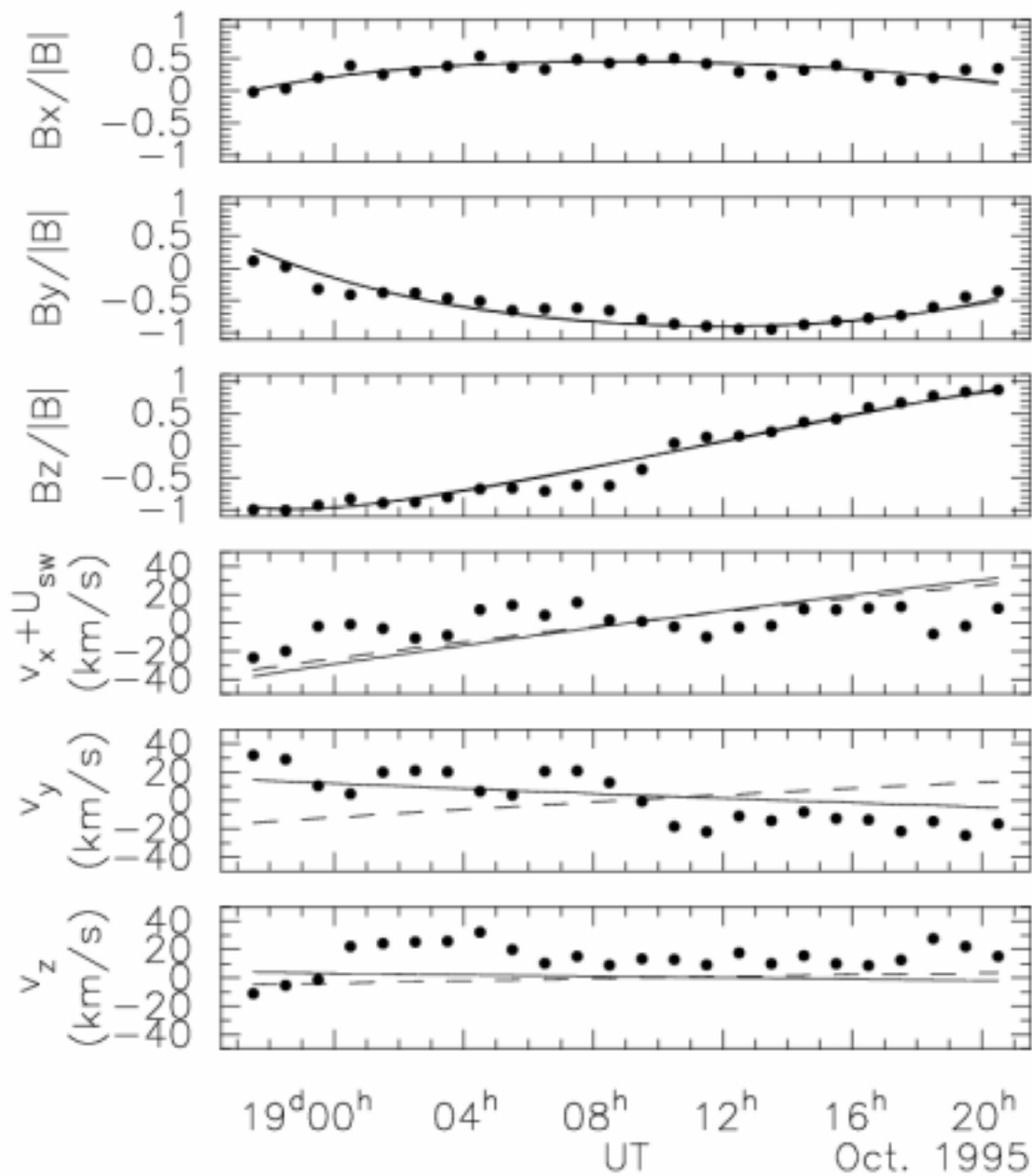
$$p = 0.264$$

$$\chi^2 = 0.0234$$

よりよくフィット

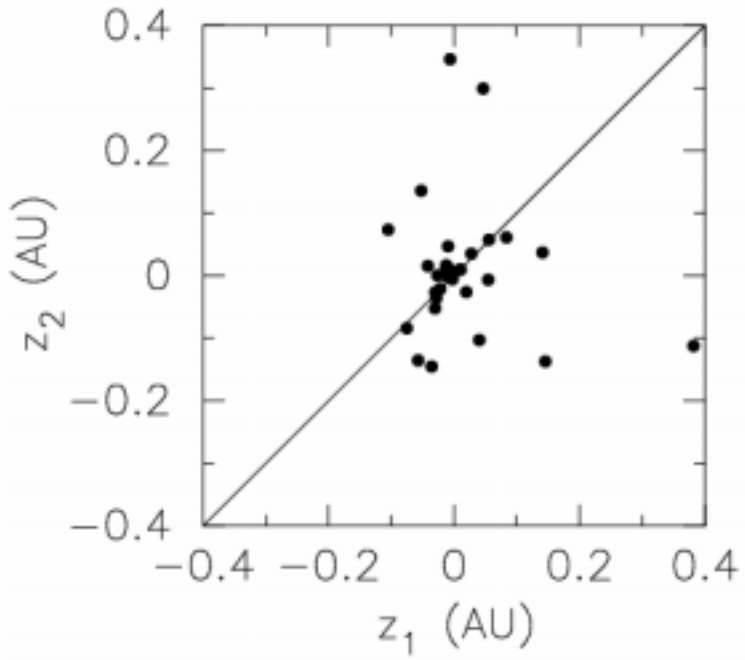
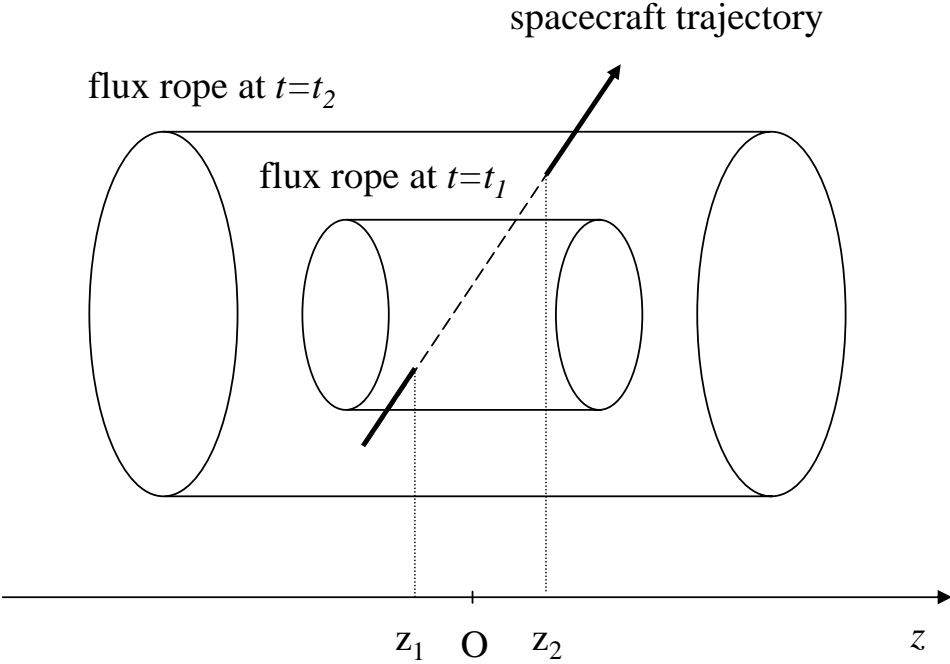


1: 以前の解  
 2: 新しい解



点線: 以前の解  
 実線: 新しい解

# 軸方向の長さ



## 考察

観測データを見る限り、ほかの例も含めて、どちらの解も大差はない。

観測に合わせるモデルの改良とはなり得なかった。

実際の観測では、磁気ロープがまっすぐな円筒ではないことや、断面がかならずしも円ではないことを考慮する必要がある。

また、自己相似の仮定の妥当性を検討する必要がある。



## まとめ

2次元のMHD方程式を自己相似であると仮定して、値に依存せず膨張する円筒型磁気ロープの解を見つけた。2次元の解は、force-freeを保ち、磁気フラックスを保存する。2次元解の磁場は1次元解から次の変更をしたものになる。

$$B_{\theta} = sB_0 J_1(\alpha r)/(1+t/t_0) \quad B_{\theta} = sB_0 J_1(\alpha r)/(1+t/t_0)^2$$

1次元解と2次元解とのどちらが実際のWIND衛星の観測データにより合うか調べた。結果はほぼ半々であり、また、差も小さいので、実際上はたいした違いではない。したがって、地球近傍での観測に合わせるモデルの改良とはならなかった。

しかし、 $<1$ でない磁気ロープが膨張しないのかどうかという論争に、理論面から解決した。